АЛГОРИТМ ГЕНЕРАЦИИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ, ПОДЧИНЯЮЩЕЙСЯ ЗАДАННОМУ ЗАКОНУ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.

Ваше устойчивое и бессмысленное и беспринципное пародирование очевидных фактов вынуждает признать вашу дискуссионную несостоятельность. Поэтому, в виду вновь открывшихся обстоятельств, я имею полное право заявить: "Бе-бе-бе!!!"

Пусть случайная величина ***x*** ограничена отрезком [*a,b*] и ее плотность вероятности равна $\frac{dp}{dx} = f(x)$

1) Находим максимальное значение $f_{max} = \underset{[a,b]}{Max}(f(x))$

2) Разделим промежуток на ***m*** равных частей.

3) С помощью генератора случайных чисел генерируется случайная величина x_i, имеющая равномерное распределение на отрезке [*a,b*] $\frac{dp}{dx}(x_i) \equiv const$

4) Находим отношение $\frac{f(x_i)}{f_{max}} \le 1$

5) Генерируется величина y_i определенная на отрезке [0,1] и имеющая на нем равномерное распределение.

6) Если $\frac{f(x_i)}{f_{max}} \ge y_i$, то определяем генерируемую величину $x = x_i$

7) Если $\frac{f(x_i)}{f_{max}} < y_i$, то повторяем этапы (3,4,5), пока не выполнится условие (6).

Доказательство. Определим вероятность попадания в отрезок $\Delta x_k \to 0$ случайной величины, генерируемой согласно с вышеизложенным алгоритмом.

Введем несколько вспомогательных величин:

$q = \sum_{k=1}^{m} P(x_i \in \Delta x_k) * (1 - P(\frac{f(x_i \in \Delta x_k)}{f_{max}} \ge y_i))$ вероятность того, что на i-ом шаге генератор не сработает.

$p_k = P(x_i \in \Delta x_k) * P(\frac{f(x_i \in \Delta x_k)}{f_{max}} \ge y_i)$ - вероятность того, что на i-ом шаге генератор сработает и именно на отрезке Δx_k

z_k - вероятность того, что генератор, в конце концов, выдаст $x \in \Delta x_k$

$$z_k = p_k + q(p_k + q(p_k + q(p_k + q(...)))) = p_k + q * z_k \quad \Rightarrow z_k = \frac{p_k}{1-q}$$

учитывая, что отрезки Δx_k равны и x_i имеет равномерное распределение, получим $P(x_i \in \Delta x_k) = \frac{1}{m}$

учитывая, что y_i имеет равномерное распределение и, как следствие,

$P(y_i \le A) \equiv A$, получим $P(\frac{f(x_i \in \Delta x_k)}{f_{\max}} \ge y_i) = \frac{f(x_i \in \Delta x_k)}{f_{\max}}$

Таким образом:

$$p_k = \frac{1}{m} * \frac{f(x_i \in \Delta x_k)}{f_{\max}}$$

$$q = \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{m} * (1 - \frac{f(x_i \in \Delta x_k)}{f_{\max}})) = 1 - \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{m} \frac{f(x_i \in \Delta x_k)}{f_{\max}} * \frac{\Delta x_k}{\Delta x_k} =$$

$$= 1 - \frac{1}{m * f_{\max} * \Delta x_k} \sum_{k=1}^{m} f(x_i \in \Delta x_k) * \Delta x_k$$

при $\Delta x_k \to 0$ сумма превращается в интеграл и, согласно условию нормировки, обращается в единицу

$$\lim_{\Delta x_k \to 0} q = 1 - \frac{1}{m * f_{\max} * \Delta x_k} \sum_{k=1}^{m} f(x_i \in \Delta x_k) * \Delta x_k = 1 - \frac{1}{f_{\max}(b-a)} \int_a^b f(x) dx =$$

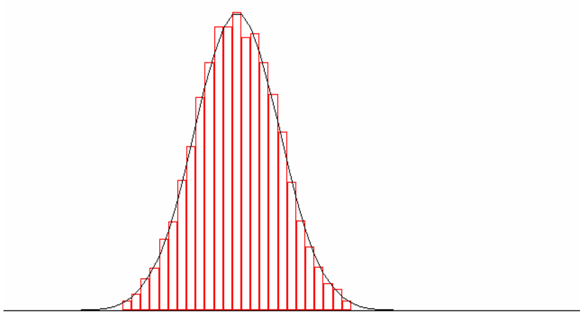
$$= 1 - \frac{1}{f_{\max}(b-a)}$$

$$\lim_{\Delta x_k \to 0} z_k = \lim_{\Delta x_k \to 0} \frac{p_k}{1-q} = \lim_{\Delta x_k \to 0} \frac{1}{m} * \frac{f(x_i \in \Delta x_k)}{f_{\max}} * f_{\max}(b-a) =$$

$$= \lim_{\Delta x_k \to 0} \Delta x_k * f(x_i \in \Delta x_k)$$

таким образом, плотность вероятности генерируемой случайной величины

$$\frac{dp}{dx} = \lim_{\Delta x_k \to 0} \frac{z_k}{\Delta x_k} = \lim_{\Delta x_k \to 0} f(x \in \Delta x_k) = f(x)$$



совпадает с плотностью вероятности исходной функции, что свидетельствует о правильности алгоритма.

На рисунке в виде гистограммы представлено распределение случайной величины, подчиняющейся нормальному закону распределения. Значения случайной величины были получены при помощи вышеизложенного алгоритма, мощность выборки равна 5000, m=50. Видно хорошее совпадение с аналитическими значениями $\Delta x_k * f(x \in \Delta x_k)$, представленными в виде сплошной линии.

Не смотря на независимую (с нуля), реализацию в доинтернетные времена, приписывать себе авторство этого алгоритма не собираюсь - это, по сути, один из вариантов выборки с отклонением (acceptance-rejection sampling).

http://ps300.narod.ru/fr3d/prob.htm