

ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФЕКТОВ СТРУКТУРЫ НА ОСКОЛОЧНЫЙ СПЕКТР ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ВЗРЫВНОГО РАЗРУШЕНИЯ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

С.В. Пашков

Разрушение толстостенных цилиндрических оболочек при взрывном нагружении является характерным примером задачи, которую невозможно решить без учета неоднородностей внутренней структуры материала. На примере моделирования расширения оболочки под действием продуктов детонации описывается вероятностный подход к численному моделированию динамического разрушения. Начальные неоднородности и дефекты структуры материала моделируются тем, что прочностные характеристики материала распределяются по выбранному закону распределения по ячейкам расчетной области. Проводится сравнение разных законов распределения прочностных свойств при моделировании взрывного разрушения оболочек в плоской двумерной постановке. Показано, что увеличение дисперсии разброса прочностных свойств приводит к увеличению в осколочном спектре числа крупных осколков. Показано, что осколочные спектры, полученные с использованием разных законов распределения с одинаковой дисперсией, совпадают с точностью до вероятностного фактора, что позволяет использовать в расчетах любой закон распределения.

INFLUENCE OF THE STRUCTURAL DEFECTS DISTRIBUTION ON THE FRAGMENTATION SPECTRUM IN THE SIMULATION OF THICK-WALLED CYLINDRICAL SHELLS EXPLOSIVE DESTRUCTION

S.V. Pashkov

The destruction of thick-walled cylindrical shells under explosive loading is a typical example of a problem that can not be solved without taking into account the heterogeneity of the material's internal structure. A probabilistic approach to numerical simulation of dynamic fracture is described. Fragmentation spectrum of shells fracture under explosive loading (flat 2D modeling) is compared for different distributions of the strength properties. Shown, that increasing of strength properties dispersion leads to the increasing large fragments number in the fragmentation spectrum. Shown, that the fragmentation spectrum is determined mainly by dispersion of the distribution law, not its form.

Введение. Во многих задачах разрушения фрагментация является существенно вероятностным процессом, который невозможно описать без учета неоднородности внутренней структуры материала. Особенно наглядно эта проявляется для осесимметричных задач. Несмотря на равномерность и симметричность нагружения, в реальности достаточно быстро начинается локализация деформаций на неоднородностях структуры. При этом вблизи растущих трещин образуется зона разгрузки, зависящая от скорости деформации и определяющая характерный размер осколка, что наглядно проявляется при взрывном разрушении оболочек вращения или цилиндрических контейнеров [1].

Описываемый в данной статье вероятностный подход позволяет в достаточно простой форме моделировать начальные неоднородности и дефекты структуры материала, тем самым повышая точность и решая их в наиболее приближенной к реальности постановке. Предлагаемый подход применим ко всем материалам, позво-

ляет придать процессу трещинообразования вероятностный характер практически без усложнения модели.

Вероятностный подход. Основной проблемой при классическом подходе к моделированию перечисленных классов задач является то, что в структуре материала отсутствуют неоднородности, в реальной ситуации обеспечивающие образование микротрещины на более ранних этапах деформации и локальную разгрузку в прилегающем объеме. Следовательно, для придания процессу вероятностного характера, приближенного к реальности, распределение прочностных характеристик по объему образца должно обеспечивать некий разброс предельных состояний материала, при которых начинается локализация деформаций или образование микротрещины. Поскольку при численном моделировании материал представлен дискретными параметрами, привязанными к узлам и ячейкам расчетной области, начальное распределение этих параметров по расчетной сетке необходимо производить с некоторой дисперсией от среднего значения.

Математическая постановка задачи. Для оценки влияния закона распределения прочностных свойств был проведен ряд численных экспериментов по подрыву толстостенной медной цилиндрической оболочки [2, 3] с разными законами распределения дефектов структуры. В силу осесимметричности и ярко выраженного вероятностного характера разрушения эта задача хорошо подходит для сравнения влияния разных факторов на осколочный спектр.

Численное моделирование данной задачи проводилось в плоской двумерной постановке, что соответствует плоскодеформированному состоянию сечения трубчатой оболочки, значительно удаленному от торцов. Внешний радиус оболочки 3 см, внутренний 2 см (рис. 1). В качестве взрывчатого вещества выбран гексоген, в качестве начальных данных для продуктов детонации принимается автомодельное распределение параметров [4] (предполагается, что цилиндрический заряд взрывчатого вещества, заполняющий внутренний объем оболочки, полностью прореагировал в результате осевой детонации).

Моделирование проводилось с использованием метода Уилкинса [5], модифицированного под использование треугольных ячеек. Для описания разрушения использовался критерий разрушения по эквивалентной пластической деформации $\varepsilon_{\max}^{\text{ЭКВ}}(1)$, образование трещин моделировалось с использованием метода локальной перестройки разностной сетки [6]. Задача решалась с использованием вероятностного подхода, начальные неоднородности структуры моделировались распределением предельных значений эквивалентной пластической деформации $\varepsilon_{\max}^{\text{ЭКВ}}(1)$ по ячейкам расчетной области с помощью модифицированного генератора случайных чисел, выдающего случайную величину, подчиняющуюся выбранному закону распределения. Плотности вероятности случайных величин брались в виде нормального, Вейбулловского и экспоненциального распределений со средним арифметическим, равным табличному значению, и варьируемой дисперсией.

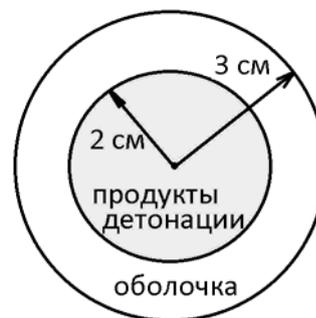


Рис. 1. Схема численного эксперимента

$$d\varepsilon^{\text{ЭКВ}} = \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p}, \quad (1)$$

где $d\varepsilon_{ij}^p$ – тензор приращения пластических деформаций (1),

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2)$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\rho}{E\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\rho^2(x-x_0)^2}{E^2}},$$

где

$$E = \rho\sqrt{2\sigma}, \quad \rho \approx 0.477 = \text{const}. \quad (3)$$

Разброс какой-либо величины описывается нормальным гауссовским распределением (2) в том случае, когда на данную величину влияет большое количество случайных независимых параметров. Большинство случайных величин в природе удовлетворяют этому требованию и, как правило, в аналитических и численных расчетах могут быть с достаточной степенью точности считаться распределенными нормально.

Нормальный закон распределения (2) характеризуется математическим ожиданием x_0 и дисперсией σ . Однако в ряде случаев бывает удобно записывать этот закон в другом виде (3). В отрезок $[x_0-E; x_0+E]$ попадает 50 % случайных величин, в отрезок $[x_0-2E; x_0+2E]$ – около 82 %, в отрезок $[x_0-3E; x_0+3E]$ – около 96 %, в отрезок $[x_0-4E; x_0+4E]$ – более 99 %. Поскольку гауссовское распределение определено на $(-\infty, \infty)$, в практических приложениях требуется ограничить интервал, исключив области, вероятность попадания в которые близка к нулю. В силу этого на практике, как правило, для распределения случайных величин по нормальному закону используют отрезок $[x_0-4E; x_0+4E]$. Это позволяет экономить на численных расчетах и исключить нефизические значения случайных величин.

Влияние дисперсии распределения прочностных свойств на осколочный спектр. Для оценки влияния дисперсии нормального закона распределения различных параметров на распределение осколков по размеру был решен ряд задач, в которых величина $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{ЭКВ}}$ распределялась в интервалах $4E=5\% x_0$, $4E=10\% x_0$, $4E=15\% x_0$.

На рис. 2 представлена характерная картина разрушения оболочки, получаемая при численном моделировании в плоской двумерной постановке [2, 3]. Разрушение начинается с внутренней поверхности путем зарождения многочисленных трещин сдвига, затем зона дробления распространяется вглубь оболочки и на заключительном этапе происходит разрушение слоя, прилегающего к внешней поверхности, путем образования радиальных трещин отрыва, что вполне согласуется с экспериментами по взрывному нагружению оболочек [7–9].

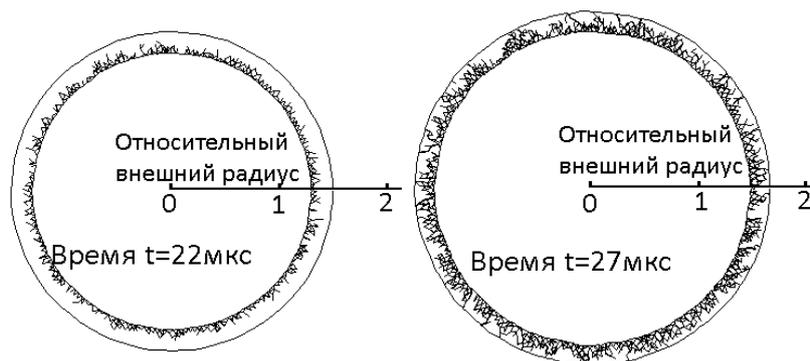


Рис. 2. Образование трещин в процессе расширения оболочки

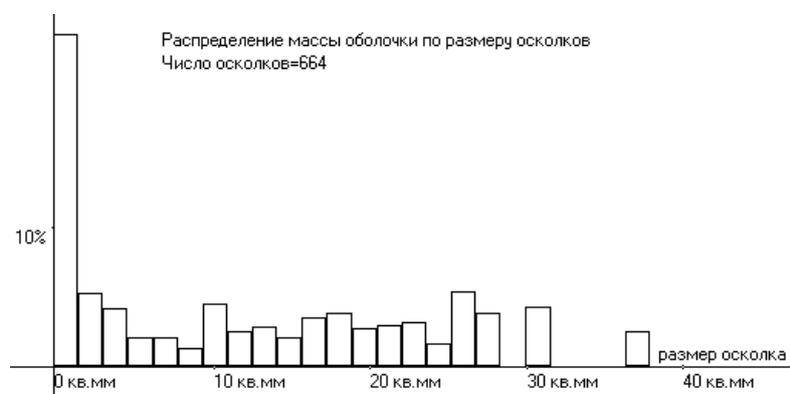


Рис. 3. Осколочный спектр. Нормальный закон распределения, дисперсия 10 %

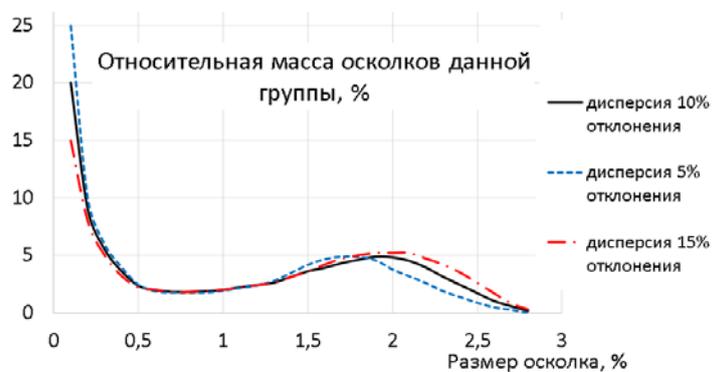


Рис. 4. Усреднённые осколочные спектры для нормального распределения с различной дисперсией

Характерный осколочный спектр (рис. 3) в координатах «суммарная масса осколков данного размера – масса (размер) осколка» («масса по массе») качественно подтверждает многочисленные экспериментальные данные (например, [10, 11]) о

бимодальности распределения. Данные расчетов показывают (рис. 4), что увеличение дисперсии $\varepsilon_{\max}^{\text{КВ}}$ приводит к увеличению в спектре относительной доли средних и крупных осколков и к уменьшению максимума, вызванного осколками мелкой фракции, в связи с чем средний размер осколка увеличивается. Максимальный размер осколка также имеет тенденцию к увеличению, что приводит к возрастанию числа осколков, содержащих в себе участки обеих начальных поверхностей (внутренней и внешней). Это объясняется тем, что с увеличением дисперсии увеличивается число крупных дефектов, которые реализуются в микротрещины на начальных этапах разрушения, причем разгрузка от вновь образованных поверхностей уменьшает опасность реализации более мелких дефектов.

Сравнение осколочных спектров для разных законов распределения

Экспоненциальное распределение

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\sqrt{2}}{\sigma} e^{-\frac{\sqrt{2}(x-x_0)}{\sigma}} \quad (x_0 \leq x \leq \infty). \quad (4)$$

Трехпараметрическое распределение Вейбулла

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\lambda}{m_0} \left(\frac{x}{m_0}\right)^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{x}{m_0}\right)^\lambda}. \quad (5)$$

Наряду с нормальным распределением для распределения по ячейкам области критического значения $\varepsilon_{\max}^{\text{КВ}}$ были использованы экспоненциальный закон (4) и Вейбулловское распределение (5) при параметре $\lambda=2$ (распределение Рэлея), что в переменных x_0 и σ^2 дает

$$\frac{dp}{dx} = \frac{2(x-x_0+c_2)}{\sigma^2 c_1} e^{-\frac{(x-x_0+c_2)^2}{\sigma^2 c_1}} \quad (x_0 - c_2 \leq x \leq \infty),$$

где

$$c_1 = \frac{4}{4-\pi}; \quad c_2 = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\pi c_1}. \quad (6)$$

Распределение Вейбулла не является симметричным, поэтому представление его в аналитическом виде через математическое ожидание и дисперсию не всегда возможно, что вызывает определенные неудобства при аналитических расчетах. Распределение Рэлея (6), являясь частным случаем распределения Вейбулла, представляет собой нечто среднее между нормальным и экспоненциальным законом и распределением Снедкора F . Применение (6) к распределению $\varepsilon_{\max}^{\text{КВ}}$ по ячейкам области (с дисперсией десятипроцентного отклонения) приводит к результатам (рис. 5), близким к полученным, при использовании нормального закона с аналогичной дисперсией.

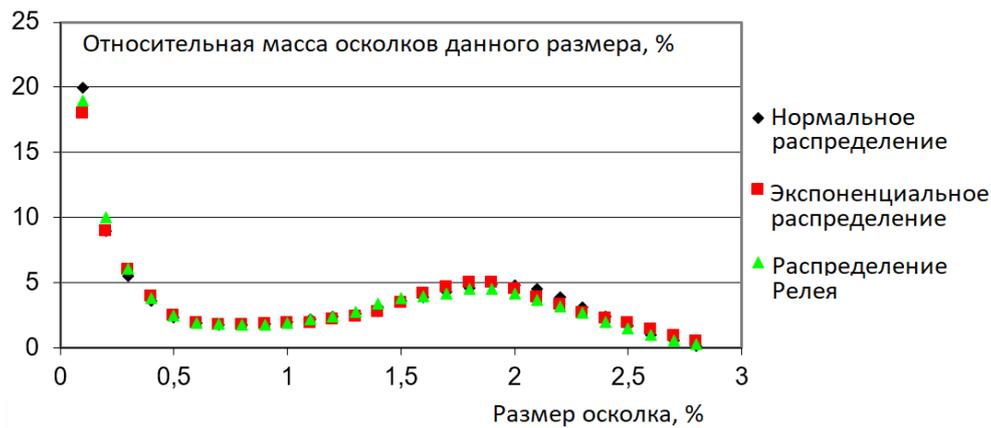


Рис. 5. Усредненные осколочные спектры для разных законов распределения (дисперсия 10 % отклонения)

Экспоненциальное распределение (4), в силу его выраженной асимметричности, в основном применяют для распределений, в которых в качестве параметра выступает время. Применение его для данного сравнительного анализа не совсем логично, но, увеличив x_0 таким образом, чтобы среднее арифметическое совпадало с табличным значением, и используя его для начального распределения $\varepsilon_{\max}^{\text{экв}}$, также получаем картину (см. рис. 5), качественно совпадающую со спектром, образующимся при нормальном распределении.

Для каждого из трех законов с дисперсией 10 % отклонения было проведено усреднение по реализации. Количество численных экспериментов, используемых при усреднении, было равно 5. Полученные результаты показали, что в смысле метрики среднеквадратичного отклонения различие между усредненными спектрами гораздо меньше, чем между результатами одного эксперимента и его усреднением.

Разница между усреднением по реализации для нормального и Вейбулловского законов составила $\sigma_{\text{вейб}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(\bar{f}_{i\text{-вейб}} - \bar{f}_{i\text{-норм}})^2}{n}} = 1.5\%$ от массы оболочки.

Разница между усреднением по реализации для нормального и экспоненциального законов составила $\sigma_{\text{экспон}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(\bar{f}_{i\text{-экспон}} - \bar{f}_{i\text{-норм}})^2}{n}} = 1.8\%$ от массы оболочки.

Среднее различие между результатами одного эксперимента и его усреднением составило $\bar{\sigma}_{\text{норм}} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left(\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(f_{i\text{-норм}}^j - \bar{f}_{i\text{-норм}})^2}{n}} \right) = 2,3\%$ от массы оболочки.

Здесь $n=30$ – число интервалов, на который разбит осколочный спектр; $m=5$ – число экспериментов, использующихся для усреднения по реализации; $\bar{f}_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m f_i^j$ – значение усредненной функции спектра (в координатах «масса по массе») в i -м ин-

тервале; f_i^j – значение в i -м интервале функции спектра, полученной в j -м эксперименте.

Из приведенных результатов видно, что $\bar{\sigma}_{\text{норм}}$ гораздо больше, чем $\sigma_{\text{вейб}}$ и $\sigma_{\text{экспон}}$, что позволяет нам сделать вывод о том, что осколочные спектры, получаемые с использованием различных законов распределения начальных неоднородностей, совпадают при одинаковой дисперсии начального распределения с точностью до вероятностного фактора.

Таким образом, можно считать, что дисперсия распределения играет основную роль при выборе закона распределения прочностных свойств. Это вполне согласуется с теоретическими представлениями о влиянии неоднородностей – реализоваться в макротрещины смогут не все из них, а лишь те, чье отклонение от среднего значения превышает определенную величину.

В то же время следует понимать, что для некоторых задач увеличение дисперсии с определенной величины перестает существенно влиять на осколочный спектр – это объясняется тем, что при высоких скоростях деформации локализация повреждений начинает проявляться лишь при определенном количестве микротрещин.

Вывод о том, что на формирование осколочного спектра дисперсия начального распределения прочностных свойств имеет более сильное влияние, чем его форма, снижает требования, предъявляемые при выборе закона распределения, и позволяет в аналитических и численных расчетах использовать практически любой закон.

Поскольку речь идет о дефектах и неоднородностях на микроуровне, на их распределение влияет большее количество относительно независимых параметров, что фактически является определением нормального закона распределения в теории вероятности. Поэтому автор считает предпочтительным использовать нормальное гауссовское распределение как теоретически логичное и удобное для представления. При отсутствии привязки к эксперименту используется, как правило, дисперсия 10-процентного отклонения (99 % значений случайной величины попадают в интервал ± 10 % от номинального значения). Использование нормального распределения также позволяет достаточно легко математически выделить интересующий нас интервал (3) и исключить нефизические значения случайных величин.

При рассмотрении данной модели может возникнуть вопрос обоснованности привязки дефектов структуры к сетке и оценки влияния размера ячейки на результирующий осколочный спектр, ведь при изменении размеров ячейки пространственное распределение начальных неоднородностей будет принципиально меняться. Этот момент достаточно подробно анализировался и были сделаны следующие выводы. Выбранный шаг сетки, по сути, определяет уровень моделируемой структуры, в то же время на любом уровне есть распределенные реальные неоднородности, которые являются спусковыми механизмами и инициируют образование микротрещин. На атомарном уровне неоднородностями являются дислокации и прочие дефекты кристаллической решетки. При более укрупненном анализе в качестве дефектов выступают зерна и межзеренные границы. При макроанализе неоднородностями являются уже микротрещины и другие относительно крупные концентраторы напряжений. Таким образом, подход с распределением прочностных характеристик применим для любого размера ячейки, однако, как и в любом другом алгоритме, использующем сеточную аппроксимацию, размер ячейки должен быть достаточным для обеспечения необходимой точности (в данном случае – точности определения осколочного спектра).

Для большинства задач дальнейшее уменьшения шага сетки вызывает рост числа осколков мелкой фракции, однако не приводит к заметному изменению осколочного спектра в координатах «масса по массе» (см. рис. 3–5), так как основная роль начальных неоднородностей – концентрация напряжений при образовании первых микротрещин, а размер осколка, по сути, определяется скоростью деформации. Тем не менее не исключено, что в задачах дробления хрупких материалов (очень чувствительных к выбору модели разрушения) уменьшение шага сетки может приводить к изменению осколочного спектра и в части крупных осколков. Общие рекомендации здесь – уточнять дисперсию распределения для данного уровня моделирования структуры, используя привязку к эксперименту.

Заключение. Таким образом, введение в модель материала всего одного дополнительного параметра (дисперсии распределения прочностных свойств) позволяет на любом масштабном уровне моделирования структуры придать процессу трещинообразования вероятностный характер, что соответствует теоретическим представлениям и экспериментальным данным. Тем самым снимаются ограничения классического подхода к численному моделированию разрушения и результаты расчетов приближаются к естественной форме дробления.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №16-19-10264).

Литература

1. Lambert D.E., Osborn J., Hopson M.V. Explosively Driven Fragmentation Experiments for Continuum Damage Modeling. // J. Pressure Vessel Technol. 2012. Vol. 134(3).
2. Герасимов А.В., Пашков С.В. Фрагментация толстостенных упругопластических оболочек при взрывном нагружении // Химическая физика. 2002. Т. 21. С. 34–36.
3. Высокоскоростной удар. Моделирование и эксперимент / под ред. А.В. Герасимова. Томск: Изд-во НТЛ, 2016. Разд. 4.1: Исследования разрушения цилиндрических оболочек.
4. Физика взрыва / под ред. Л.П. Орленко, 3-е изд., испр.: в 2 т. М.: Физматлит, 2004. Т. 1. Раздел 12.3: Теория точечного взрыва.
5. Wilkins M.L., Computer simulation of dynamic phenomena. Springer, 1999.
6. Герасимов А.В., Пашков С.В. Проблемы моделирования фрагментации твердых тел при высокоскоростном нагружении // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том ун-та, 1999. С. 92–93.
7. Бойко М.М., Грязнов Е.Ф., Охитин В.Н. Радиальное разрушение и пластичность стальных цилиндрических оболочек при взрывном нагружении // VII Забавихинские научные чтения. Снежинск, 8–12 сентября 2003 г. С. 1–7.
8. Райнхарт Д., Пирсон Д. Деформация и разрушение толстостенных стальных цилиндров при взрывной нагрузке // Механика. 1953. № 3. С. 78–89.
9. Грязнов Е.Ф., Стаценко Т.Г., Хахалин С.В., Одинцов В.А. О разрушении цилиндрических оболочек на волновой стадии // Механика импульсных процессов: Труды МВТУ им. Н.Э. Баумана. 1983. № 399. С. 28–35.
10. Одинцов В.А. Бимодальное распределение фрагментов цилиндра // ФГВ. 1991. №5. С. 118–122.
11. Одинцов В.А. Гиперэкспоненциальные спектры взрывного разрушения металлических цилиндров // МТТ. 1992. №5. С. 48–55.