

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ДИНАМИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ

С.В. Пашков

Научно-исследовательский институт Прикладной математики и механики Томского государственного университета
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, стр. 27
E-mail: s300@ngs.ru

Для большинства задач разрушения трещинообразование и фрагментация являются существенно вероятностным процессом, который определяется стохастическим характером распределения неоднородностей внутренней структуры материала [1]. Особенно наглядно это проявляется для осесимметричных задач (например, разрушение оболочек вращения под действием продуктов взрыва [2-4]).

Долгое время вероятностный подход для подобных задач ограничивался аналитическими зависимостями параметров осколочного спектра от скорости деформации, определяемых моделью Мотта и её вариантами [1]. В настоящее время развитие компьютерных технологий делает наиболее перспективным подход, позволяющий при численном моделировании учесть неоднородность внутренней структуры тела путём распределения физико-механических характеристик, отвечающих за прочность [3, 4].

Основным препятствием для вероятностного характера трещинообразования при классическом подходе к моделированию является то, что в структуре материала отсутствуют неоднородности, в реальной ситуации обеспечивающие образование микротрещин и локальную релаксацию напряжений в прилегающем объёме на более ранних этапах деформирования. Следовательно, для придания процессу вероятностного характера, приближенного к реальности, распределение прочностных характеристик по объёму образца (узлам и ячейкам расчетной области) должно обеспечивать некий разброс предельных состояний материала, при которых начинается образование микротрещин. При этом информация о реальной внутренней структуре становится избыточной и даже для композитов при численном моделировании становится возможным использовать эффективные значения физико-механических и прочностных характеристик.

Авторы предлагают распределять предел текучести и предельное значение параметра поврежденности, которое используется в качестве критерия разрушения. Если используемая модель накопления и роста поврежденности не предполагает явной связи между выбранными параметрами, то их распределения считаются независимыми, поскольку они зависят от разных дефектов структуры (например, дефекты на межзеренной границе могут препятствовать пластическим деформациям, но, в то же время, приводить к более раннему образованию микротрещин).

Вопрос выбора закона распределения (нормальное, экспоненциальное, распределение Вейбулла и прочие многопараметрические распределения) для описываемого вероятностного подхода может вызвать дискуссию, однако численные эксперименты с разрушением толстостенных цилиндрических оболочек [2] показали, что на формирование осколочного спектра дисперсия начального распределения прочностных свойств оказывает более сильное влияние, чем его форма, что снижает требования, предъявляемые к выбору закона распределения и позволяет в аналитических и численных расчетах с одинаковым успехом использовать практически любой унимодальный закон. Определяющее влияние дисперсии распределения вполне согласуется с теоретическими представлениями – реализоваться в макротрещины смогут не все неоднородности и дефекты структуры, а лишь те, чье отклонение от среднего значения превышает определенную величину. Другими словами, формирование осколочного спектра для конкретной задачи определяется ограниченным участком (рис. 1) функции распределения предельных значений. Ширина этого участка зависит от скорости деформации и определяется исходя из условия распространения волн разгрузки (от первых микротрещин) на весь объём разрушаемого образца. В дальнейшем происходит локализация деформаций, рост и слияние трещин и вид функции распределения на оставшемся диапазоне уже практически не влияет на крупную фракцию осколочного спектра.

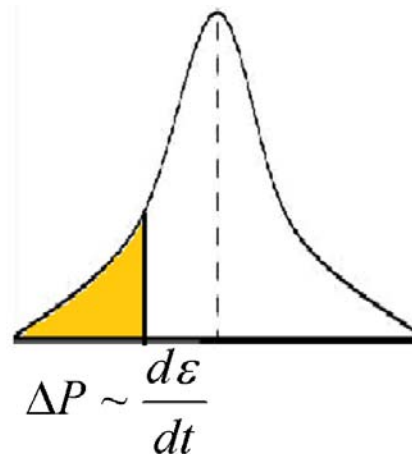


Рис. 1. Участок функции распределения предельных значений, определяющий формирование осколочного спектра, ограничен и зависит от скорости деформации.

Поскольку речь идет о неоднородностях на микроуровне, на их распределение влияет большое количество относительно независимых параметров, что, фактически, является определением нормального закона распределения в теории вероятности. Поэтому авторы предлагают использовать нормальное (гауссовское) распределение, как более обоснованное теоретически и удобное для моделирования в отличие от работ [3, 5], в которых используется распределение Вейбулла, вытекающее из степенной «функции катастроф» в теории Мотта.

При отсутствии привязки к эксперименту используется, как правило, дисперсия, соответствующая 10-процентному практическому интервалу (99% значений случайной величины попадают в интервал $\pm 10\%$ от номинального значения [2]). Использование нормального закона для распределения позволяет достаточно легко математически выделить интересующий интервал и исключить нефизические значения случайных величин.

Рассмотрим предлагаемый вероятностный подход более подробно, на примерах моделирования задач динамического разрушения.

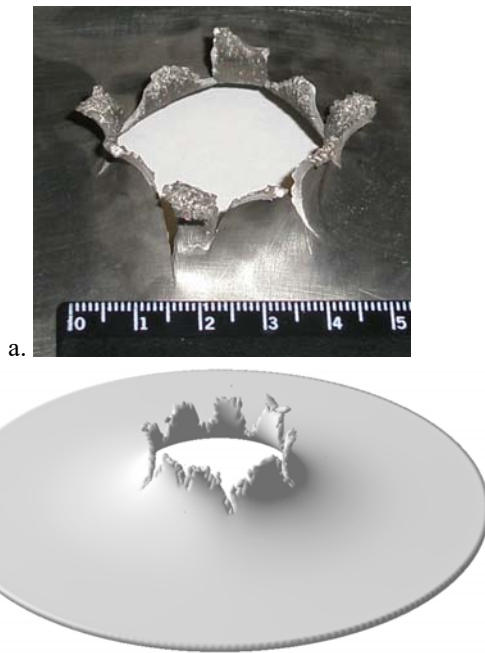


Рис. 2. Пробитие пластины толщиной 1,7 мм из сплава АМг6 алюминиевым сферическим ударником диаметром 9 мм, скорость соударения 800 м/с; а – эксперимент, б - численное моделирование.

На рис. 2а представлен результат эксперимента по пробитию тонкой металлической преграды, проведенного в НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета на легкогазовой пушке [6]. Эксперимент показывает характерные рваные края, «лепестки», количество которых в общем случае зависит от скорости соударения и прочностных характеристик материала.

Численное моделирование данной задачи проводилось в лагранжевой постановке на тетраэдрической сетке. В качестве параметра поврежденности для критерия разрушения использовалась эквивалентная пластическая деформация (1).

$$d\varepsilon^{экв} = \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \quad (1)$$

где $d\varepsilon_{ij}^p$ – тензор приращения пластических деформаций.

При выполнении критерия разрушения (2) материал считался разрушенным и происходило образование микротрещины.

$$\varepsilon^{экв} \geq \varepsilon_{max}^{экв} \quad (2)$$

Начальные неоднородности структуры моделировались распределением предела текучести и предельных значений эквивалентной пластической деформации (используемых в критерии разрушения) по ячейкам расчетной области с помощью модифицированного генератора случайных чисел, выдающего случайную величину, подчиняющуюся нормальному закону распределения (3) с математическим ожиданием x_0 и дисперсией σ^2 :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}, \quad (-\infty \leq x \leq \infty) \quad (3)$$

Поскольку нормальное распределение определено на $(-\infty, \infty)$, в практических приложениях требуется ограничить интервал, исключив области, вероятность попадания в которые близка к нулю. Многие исследователи ограничивают интервал распределения, исходя из «правила трёх σ », но в инженерных расчётах часто используется другой вариант записи нормального закона распределения (4), позволяющий явно выделить область 50% вероятности:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\rho}{E\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\rho^2(x-x_0)^2}{E^2}} \quad (4)$$

где $E = \rho\sqrt{2}\sigma$, $\rho \approx 0.477 = \text{const}$.

В интервал $[x_0 - E; x_0 + E]$ попадает 50% случайных величин, в интервал $[x_0 - 2E; x_0 + 2E]$ – около 82%, в интервал $[x_0 - 3E; x_0 + 3E]$ – около 96%, в интервал $[x_0 - 4E; x_0 + 4E]$ – более 99%. В силу этого на практике, как правило, для распределения случайных величин по нормальному закону используют «практический интервал» $[x_0 - 4E; x_0 + 4E]$. Это позволяет уменьшить объём вычислений и исключить нефизические значения случайных величин.

В рамках описываемого вероятностного подхода считалось, что каждая ячейка имеет независимое значение предельной эквивалентной пластической деформации. Модифицированный генератор случайных чисел, используемый для генерации в ячейке предельного значения эквивалентной

пластической деформации, выдавал нормальное распределение:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\varepsilon_{\max}^{\text{ЭКВ}})^2}{2\sigma^2}} \quad (5)$$

на интервале

$$x \in [\varepsilon_{\max}^{\text{ЭКВ}} - 0.1\varepsilon_{\max}^{\text{ЭКВ}}; \varepsilon_{\max}^{\text{ЭКВ}} + 0.1\varepsilon_{\max}^{\text{ЭКВ}}] \text{ со}$$

средним арифметическим, равным $\varepsilon_{\max}^{\text{ЭКВ}}$ и дисперсией 10% практического интервала (учитывая $4E=0.1 \varepsilon_{\max}^{\text{ЭКВ}}$):

$$\sigma = \frac{0.1\varepsilon_{\max}^{\text{ЭКВ}}}{4\sqrt{2}\rho} \quad (6)$$

Аналогичный подход использовался для распределения предела текучести по ячейкам расчётной области.

Сравнение экспериментальных и численных результатов, показывает, что применение вероятностного подхода в данном случае позволило в геометрически осесимметричной задаче описать локализацию деформаций на радиальных трещинах и обеспечить хорошее совпадение с экспериментом по числу и форме «лепестков».

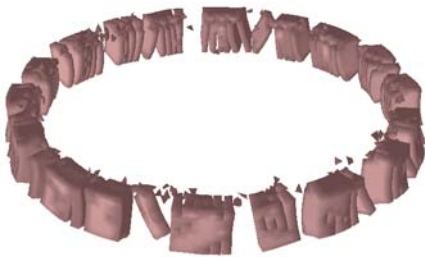


Рис. 3. Фрагменты разрушенного кольца, надетого на заполненную взрывчатим веществом медную трубу.

Разрушение стального кольца, надетого на заполненную взрывчатим веществом металлическую трубу (exploding cylinder test) [3, 4] также является хорошей иллюстрацией вероятностного подхода, так как схема эксперимента обеспечивает достаточно равномерную радиальную скорость по всей окружности. В связи с тем, что скорость деформации практически одинакова для всех точек кольца, разделение его на фрагменты происходит благодаря наличию внутренних неоднородностей и локализации деформаций на самых крупных из них (рис. 3).

На рис. 4 видно, что итоговый осколочный спектр, полученный для расчёта с использованием 10% практического интервала, качественно и количественно согласуется с результатами экспериментов [4] как по количеству формируемых фрагментов, так и по их массам. Стоит отметить, что в [4] авторы также приходят к выводу, что

выбор закона распределения не оказывает на осколочный спектр существенного влияния.

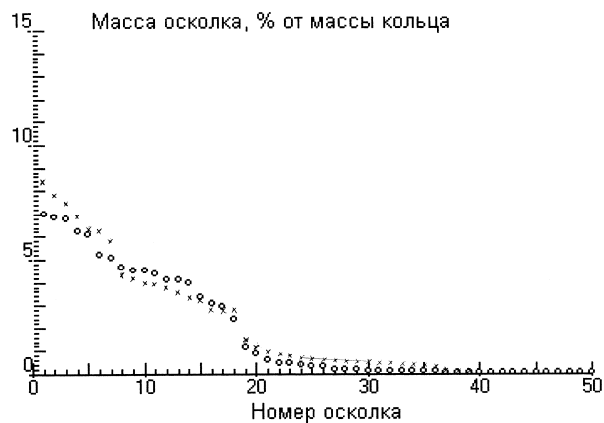


Рис. 4. Масса фрагмента кольца в зависимости от номера фрагмента, x - эксперимент [4], o - расчет.

Таким образом, введение в модель материала всего одного дополнительного параметра (дисперсии распределения прочностных свойств) позволяет придать процессу трещинообразования вероятностный характер, что соответствует экспериментальным данным и позволяет повысить точность расчетов без предварительного исследования структуры материала. Предложенный вероятностный подход может использоваться при любом шаге сетки и на любом уровне многоуровневого моделирования, обеспечивая распределение неоднородностей характерного размера. Подход может применяться при использовании любых моделей материала и критериев разрушения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №16-19-10264).

Литература

1. Наймарк О.Б., Уваров С.В., Давыдова М.М., Банникова И.А. Многомасштабные статистические закономерности динамической фрагментации // Физическая мезомеханика, 2017, том 20, № 1, с. 94-105.
2. Пашков С.В. Влияние распределения дефектов структуры на осколочный спектр при моделировании взрывного разрушения толстостенных цилиндрических оболочек // Труды ТГУ. Серия физико-математическая. (Под ред. Орлова М.Ю.) Том 302. Изд-во ТГУ, 2018.
3. Lambert D.E., Weiderhold J., Osborn J., Hopson M.V. Explosively driven fragmentation experiments for continuum damage modeling // Journal of Pressure Vessel Technology, Transactions of the ASME, 2012, Vol. 134, Issue 3, 031209.
4. Diep Q.B., Moxnes J.F., Nevstad G. Fragmentation of projectiles and steel rings using 3D numerical simulations // Proc. 21th Int. Symp. on Ballistics, 19–23 April 2004, Adelaide, Australia, 2004. P. 752.
5. Elek P., Jaramaz S. Modeling of fragmentation of rapidly expanding cylinders // Theoretical and Applied Mechanics, 2005, Vol. 32, Issue 2, p. 113-130.
6. Герасимов А.В., Добрица Д.Б., Пашков С.В., Христенко Ю.Ф. Теоретико-экспериментальное исследование способа защиты космических аппаратов от высокоскоростных частиц // Космические исследования, 2016, том 54, № 2, с. 126–134.